

Luís M. Aires

Uma História da Matemática

Dos Primeiros Agricultores a Alan Turing,
dos Números ao Computador

2ª Edição
Revista e corrigida



EDIÇÕES SÍLABO

Este livro é dedicado a duas pessoas:

À minha irmã, Cecília Marques, cujas mãos dotadas cuidam zelosamente desses objetos formados por folhas e uma capa que encapsulam as histórias de grandeza e tragédia que moldam a nossa espécie.

Ao meu editor, Dr. Manuel Robalo, possuidor daquele tipo de coragem intelectual que alimenta a liberdade criativa e de expressão que tantas vezes faz História.

Uma História da Matemática

**Dos Primeiros Agricultores a Alan Turing,
dos Números ao Computador**

LUÍS M. AIRES

2ª EDIÇÃO

Revista e Corrigida

EDIÇÕES SÍLABO

É expressamente proibido reproduzir, no todo ou em parte, sob qualquer forma ou meio gráfico, eletrónico ou mecânico, inclusive fotocópia, esta obra. As transgressões serão passíveis das penalizações previstas na legislação em vigor. Não participe ou encoraje a pirataria eletrónica de materiais protegidos. O seu apoio aos direitos dos autores será apreciado.

Visite a Sílabo na rede
www.silabo.pt

FICHA TÉCNICA:

Título: Uma História da Matemática – Dos Primeiros Agricultores a Alan Turing, dos Números ao Computador

Autor: Luís M. Aires

© Edições Sílabo, Lda.

Capa: Pedro Mota

1ª Edição – Lisboa, fevereiro de 2010.

2ª Edição – Lisboa, janeiro de 2018.

Impressão e acabamentos: ARTIPOL – Artes Tipográficas, Lda.

Depósito Legal: 436108/18

ISBN: 978-972-618-930-5

EDIÇÕES SÍLABO, LDA.

R. Cidade de Manchester, 2

1170-100 Lisboa

Telfs.: 218130345

Fax: 218166719

e-mail: silabo@silabo.pt

www.silabo.pt

Índice

Introdução	7
1. NÚMEROS	11
2. ZERO	29
3. ARITMÉTICA	37
4. ÁLGEBRA	49
5. TEORIA DOS NÚMEROS	67
6. ÁLGEBRA ABSTRATA	81
7. LÓGICA	97
8. ALAN TURING	115
Nota pessoal	129
Índice remissivo	131

Introdução

Galileu (1564-1642) afirmou que «em ordem a compreender o Universo, temos de conhecer a linguagem em que foi escrito. E essa linguagem é a matemática.»

Vejo a questão de outro modo. Para descrevermos sinteticamente os padrões da natureza, inventámos a matemática. Por isso, a história desta ciência dos padrões é uma história de seres humanos. De homens e mulheres, com uma determinada conceção dos fenómenos do mundo que nos rodeia.

Esta história começa com a criação de símbolos escritos para representar números. O sistema de algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que usamos para escrever todos os números concebíveis, surgiu há cerca de 1500 anos, tendo os decimais não mais que 450 anos. Mas o conceito de número é muito antigo, e uma aquisição que levou milhares de anos a conseguir.

Os números (naturais) resultaram do reconhecimento de padrões observáveis na natureza. O padrão que designamos «três unidades», por exemplo, emerge do entendimento de que existe algo comum a um conjunto de três maçãs, de três crianças ou de três pedras. Contar e representar três coisas são uma forma de descrever esse padrão; hoje fazemo-lo com o símbolo 3, há muito tempo atrás seriam três marcas num pedaço de argila.

Para muitos filósofos, a matemática é um produto da existência de números. «Deus criou os números (inteiros); tudo o resto é obra do Homem», escreveu o matemático alemão Leopold Kronecker (1823-1891). Desse primeiro conceito derivaram todas as outras abstrações – pontos, linhas, planos, superfícies, figuras geométricas, funções,... – que enriquecem, e apenas existem, na «mente coletiva» da humanidade. Até ao ano 500 a.C., a matemática era essencialmente o estudo

dos números, de cariz utilitário, para uso como uma espécie de «livro de receitas». Mais tarde, com os Gregos, passou a ser encarada como uma atividade intelectual, integrando elementos quer estéticos quer religiosos. Perto do final do século XIX, a matemática evoluiu para desafio do estudo do número, da forma, da mudança e do espaço, e das ferramentas mentais utilizadas nesse estudo.

Atualmente, os matemáticos analisam padrões abstratos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, de comportamento, entre outros – que tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou intelectuais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, procurando sintetizá-los através de uma notação específica, igualmente abstrata. Como estudo desses padrões, poucos são os aspetos da realidade humana que não são influenciados pela matemática; não são os padrões abstratos a essência do pensamento, da comunicação, da sociedade e da própria vida? Não estará esta refletida na lógica, rigor e concisão das descrições e fórmulas matemáticas? Segundo G. H. Hardy (1877-1947),

«Os padrões do matemático, tais como os do pintor ou do poeta, devem ser belos; as ideias, da mesma forma que as cores ou as palavras, devem combinar-se harmoniosamente. A beleza é o primeiro teste; no mundo não há lugar permanente para a matemática feia... Pode ser muito difícil definir a beleza em matemática, mas essa dificuldade existe em relação a qualquer tipo de beleza – podemos não saber bem o que significa um belo poema, mas isso não impede que o reconheçamos como tal no momento em que o lemos.»

A Mathematician's Apology, 1940.

Ao propor-me desvendar humildemente o poder da matemática por meio da sua história tive de enfrentar o desafio de conceber uma estrutura leve para esta obra, um livro de divulgação científica geral e não um tratado exaustivo de tão amplo tema. Decidi estabelecer como fio condutor a invenção de um aparelho caro às atuais civilizações humanas, o computador, contando as mais marcantes histórias – de ideias, de pessoas – dessa jornada particular. Haverá alguns saltos

abruptos no tempo, diversos conceitos interessantes serão eclipsados, muito ficará por dizer. Existem, em língua portuguesa, algumas História(s) globais da matemática razoavelmente concisas. Quanto ao presente livro, espero que o leitor sinta ao descodificá-lo, como eu a redigi-lo, ter sido perpassado pela tal beleza e simplicidade da matemática e dos seus padrões.

1

Números

«Os números naturais parecem ser coisas muito simples e imediatas, mas as aparências iludem.»

Ian Stewart

Folheando livros sobre o desenvolvimento das crianças provavelmente encontraremos que, pelos quatro anos de idade, conseguimos contar até dez e entendemos o conceito de número até três. Por volta dos seis anos seremos capazes do que os psicólogos designam «conservação do número»: a noção de o número de objetos permanecer igual apesar de mudanças externas no arranjo ou forma.

Keith Devlin acredita que o conceito abstrato de número é aprendido, não inato. Podendo escolher, a mente humana prefere o concreto ao abstrato. É-nos proposto que a abstração não é uma capacidade espontânea, mas produto do nosso desenvolvimento intelectual e aprendizagem. Outros autores contrapõem que as competências de quantificação, envolvendo mais que contagem, estão presentes em crianças muito novas, as quais são capazes por exemplo de reconhecer relações do tipo «maior que» ou «menor que» entre valores numéricos. Estudos recentes têm mostrado que as crianças compreenderão as relações de ordem entre diferentes números de objetos numa idade em que não sabem ainda expressá-los verbalmente (dizer que são dois, três ou quatro brinquedos).

Tal sugere que competências linguísticas notoriamente funcionais – premissa para um nível de abstração mais elevado – não são necessárias para suportar o pensamento numérico. Conseguirão outros animais contar e ordenar números? Diversos trabalhos com símios levam a crer num sim. Pois os números estão por aí, em redor de nós, são factos naturais, bem como sete pedras serem mais que seis, duas juntas a outras três perfazerem cinco ou vice-versa. Mas pensar e escrever como $1, 2, 3, 4, \dots, 7 > 6$ ou $2 + 3 = 3 + 2 = 5$, isso, na minha visão, é uma façanha de um certo estágio de desenvolvimento do cérebro humano.

A criação de símbolos numéricos, e assim a história da matemática, terá sido despoletada há cerca de 10.000 anos no Próximo e Médio Oriente, evidente em pequenos objetos de barro cónicos, esféricos, ovais e de outras formas utilizados como unidades de contagem, para saber o *quanto* existia de uma dada coisa.

Figura 1.1. Unidades de contagem em barro

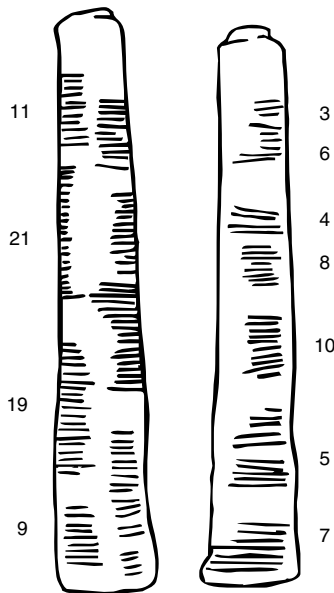


Objetos de barro encontrados em vestígios de comunidades agrícolas no atual Irão. Cada modelação representará um artigo específico; pensa-se que o artefacto mais à esquerda, na linha superior, representaria uma unidade de carneiros.

Não é coincidência que estes objetos tenham surgido associados a sistemas de agricultura organizada. Podendo contar e, em certa medida, quantificar determinados aspetos ou fatores ambientais, esses nossos antepassados adquiriram um maior controlo do rumo das suas vidas; produzindo e manipulando os tais artefactos de barro, permitia-se registar com alguma acuidade as provisões de cada agricultor, planejar as sementeiras e colheitas futuras ou fazer trocas com os vizinhos. Este sistema de enumeração, baseado na correspondência um-para-um (uma «pedrinha» correspondia a um animal, um vaso de óleo, uma caixa de sementes, ...) apresentava já um grau razoável de especificidade, contudo distante do que pode ser conferido pelo uso de símbolos que traduzam uma determinada quantidade. No caminho para a escrita simbólica, de números e também de palavras, que remonta ao Paleolítico, deparar-nos-emos com singelas marcas ou incisões feitas em argila ou osso.

Os primeiros esforços de escrita de números foram obviamente incipientes. Consistiam em pouco mais que séries de riscos num material frível, como ||||| em representação do número 10. O mais antigo registo numérico conhecido é um osso da perna de um babuíno com diversos conjuntos de marcas feitas há aproximadamente 37.000 anos; encontrado numa gruta das montanhas Lebombo, na fronteira entre a África do Sul e a Suazilândia, foi-lhe dada a designação «osso de Lebombo».

Figura 1.2. Osso de Ishango



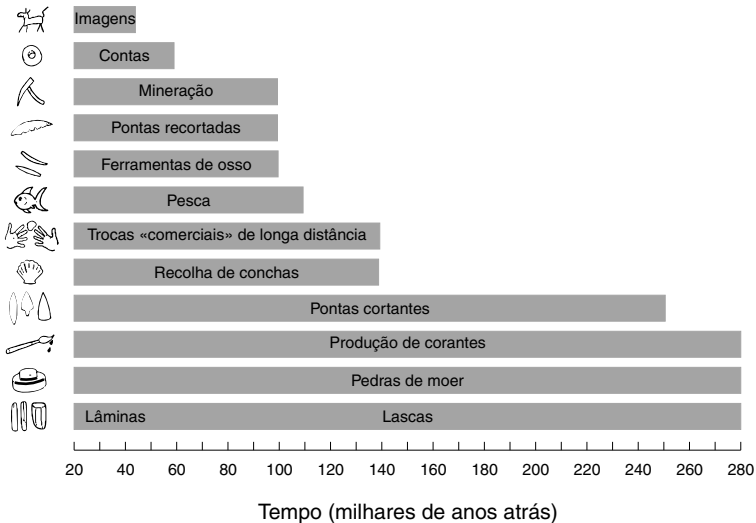
Representação esquemática dos padrões de marcas no osso de Ishango, com a indicação de alguns dos números que provavelmente registam.

Uma inscrição similar existe num osso de lobo descoberto na antiga Checoslováquia, datado com cerca de 30.000 anos. As 57 marcas legíveis estão organizadas em onze grupos de cinco, com duas à parte; uma vez que 56 é o dobro de 28 – a duração, em dias, do ciclo da Lua –, tem sido avançada a hipótese de se tratar de um registo/calendário de dois meses lunares. Mais recente, com 25.000 anos, o «osso de Ishango» (no Zaire) aparenta testemunhar a transição para um raciocínio mais sofisticado, relutantemente constrangido por uma técnica ainda muito limitada de registo e manipulação.

Embora possam parecer, à primeira vista, incisões aleatórias, nelas são reconhecíveis padrões matemáticos de uso corrente nos nossos dias. Uma das filas contém os números 11, 13, 17 e 19, o que soma 60, mais o facto de serem os números primos entre 10 e 20. Outra fila apresenta o 9, 11, 19 e 21, somando igualmente 60. Num terceiro conjunto terá sido experimentado o método de multiplicar números através de repetida duplicação ou divisão a metade. Ou, talvez, tudo não seja mais que outro calendário lunar.

Convém recordar que estes artefactos foram produzidos na época que os arqueólogos designam Paleolítico Superior, geralmente estendido entre 40.000 e 10.000 anos atrás. O seu início coincide com o que se pensa ser a transição para um comportamento «moderno» da Humanidade, certamente revolucionária, tendo em conta que a anatomia moderna do género *Homo* terá surgido há mais de 130.000 anos. Esse dito comportamento moderno corresponde à criação e desenvolvimento de uma certa tecnologia e materiais culturais, concretamente, a utilização de lâminas em lugar de toscas, irregulares lascas rochosas como instrumentos cortantes; as lâminas são definidas como lascas cujo comprimento é pelo menos o dobro da largura, sabendo-se que a preparação dos núcleos de pedra necessários à sua manufatura requeria uma elevada habilidade e tempo. Outros artigos e atividades caracterizam esta evolução; atente a figura 1.3.

Figura 1.3. Evidências, com base no registo arqueológico, de comportamento «moderno» em África

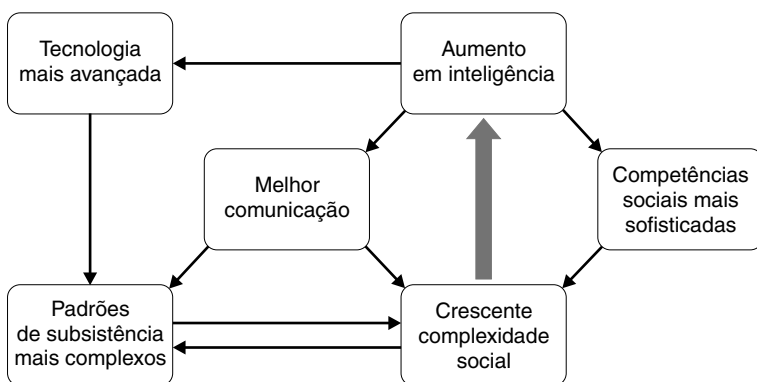


Diversos achados apontam para que a via em direção à modernidade terá desabrochado no Paleolítico Médio, com o adorno pessoal – indicativo de um certo grau de pensamento abstrato, e com o transporte a longa distância de matérias valiosas – que implica uma profundidade de planificação relevante. Numa perspetiva geral, as linhas apresentadas na figura 1.3 dizem-nos algo importante acerca da emergência do estágio humano moderno: atingido um determinado limiar civilizacional, também cognitivo, esse comportamento terá «explodido» e fabricado a complexidade social que se expandiu a partir do Paleolítico Superior; como sugeri atrás, uma mudança mais cultural que biológica.

A mais popular teoria da evolução da inteligência hominídea é a hipótese social. Em poucas palavras, defende que a necessidade de lidar com uma crescente complexidade social – envolvendo padrões de subsistência cada vez mais exigentes, mas sobretudo uma mais

intrincada rede de relações imprevisíveis – representou uma pressão seletiva chave para uma maior inteligência.

Figura 1.4. Complexidade social e inteligência



Não devemos, contudo, menosprezar a vertente ecológica da inteligência, dado que a vivência social não está divorciada do ambiente. Sabe-se que a complexidade da organização social nos primatas não humanos está diretamente relacionada com a quantidade e distribuição dos recursos, principalmente alimentares, os quais determinam por exemplo a dimensão dos grupos e a proporção de fêmeas e, por via destes, o tipo de sociedade. Assim, se a complexidade social condiciona a inteligência, e a ecologia influencia aquela, podemos concluir que um fator ligado aos recursos ambientais se intrometeu na evolução da inteligência humana.

Um outro progresso humano, paralelo ao da inteligência, esteve envolvido na complexificação do pensamento racional e, por consequência, na instituição dos números como «coisas». Refiro-me à linguagem. Esta pode não ser fundamental para intuir a existência de números e de relações numéricas naturais, mas estará na base da sua utilização como objetos mentais.



LUÍS M. AIRES é doutor em Metodologia das Ciências Naturais, com um especial interesse pela didática e divulgação da matemática. É o autor da coleção *Ensinar e Aprender Realmente Melhor* e do livro *Infinito +1 – Uma jornada de (re)descoberta da matemática à boleia do mundo em que vivemos*.

«Não escrevi esta pequena história da matemática para leigos nem para peritos. Pretendi somente transmitir uma perspectiva pessoal do que a matemática pode dizer de nós. Tal como a invenção da escrita, a construção da Grande Muralha da China, a abolição da escravatura e da pena de morte, e a ida à Lua. Para que, quem não gosta da matemática passe a gostar, e quem gosta, a aprecie ainda mais. Espero ser bem sucedido.»

Luís M. Aires

Almada, Janeiro de 2010

ISBN 978-972-618-930-5



9 789726 189305